Fundamentos matemáticos:

<https://books.google.es/books?id=3hH11r7j1tcC&pg=PR3&dq=teor%C3%ADa+de+grafos&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjs46bR_6HMAhXJLhoKHe0JCZ0Q6AEIJjAA#v=onepage&q=teor%C3%ADa%20de%20grafos&f=false>

<http://www.ugr.es/~jesusgm/Curso%202005-2006/Matematica%20Discreta/Grafos.pdf>

<https://books.google.es/books?id=QxdNBQAAQBAJ&pg=PA140&dq=teor%C3%ADa+de+grafos&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjs46bR_6HMAhXJLhoKHe0JCZ0Q6AEIMDAC#v=onepage&q=teor%C3%ADa%20de%20grafos&f=false>

<https://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_los_puentes_de_K%C3%B6nigsberg>

Dentro del área de la matemática discreta, la cual engloba el estudio de conjuntos finitos o infinitos numerables, encontramos como una de sus ramas principales la teoría de grafos. Fuertemente ligada a las ciencias de computación, el estudio de grafos proporciona la capacidad para modelar, analizar, simular y estructurar datos, así como diseñar prácticos algoritmos.

Debido a su extenso uso en el mundo moderno (ej. Conectividad de redes), a menudo se desconoce que este campo de las matemáticas comenzó en el año 1736, cuando Leonard Euler publica un artículo resolviendo el *problema de los puentes de Königsberg*. El ejercicio se apoya en la ciudad homónima, la cual era atravesada por el río Pregel, rodeando la isla de Kneiphof para luego bifurcarse, creando así cuatro regiones de tierra conectadas por siete puentes (FIGURA). Euler resolvió el ejercicio concluyendo que no era posible cruzar los siete puentes de la ciudad y llegar al punto de partida sin recorrer un puente al menos dos veces. En el proceso modelizó la ciudad y los puentes en base a un grafo para luego aplicar propiedades básicas de los mismos.

El proceso intuitivo que modeliza el mapa de la ciudad de *Königsberg* nos sirve para introducir el concepto de grafo. En nuestro problema las regiones de tierra (vértices) se encuentran unidas por puentes (aristas).

**Definición:** Un grafo G consta de un par formado por vértices V y aristas E las cuales unen un par de vértices. G={V,E}

A partir de esta definición surgen otras caracterizaciones que no se incluyen en el ámbito de este proyecto (grafo dirigido, multigrafo, hipergrafo, …). Recomendamos al lector indagar en distintas caracterizaciones para descubrir restricciones a la noción común de grafo y así interiorizar la misma.

Nos encontramos capacitados para introducir diversas abstracciones de las cuales trataremos a lo largo del presente documento.

**Definición:** El grado de un vértice v, denotado ‘delta’(v), es el número de aristas que inciden en dicho vértice, o también, el número de vértices unidos a v.

**Definición:** Un ciclo C se define como una sucesión de aristas de forma que partiendo de un vértice v perteneciente a un vértice de la sucesión de aristas, tras recorrer la sucesión se alcanza el mismo vértice.

**Definición:** Un grafo plano G es un grafo representable de forma plana, es decir, sin que ninguna de sus aristas se intersecten/intersequen

**Definición:** Un grafo G es conexo si cada par de vértices está conectado por al menos un camino.

**Definición:** La matriz de adyacencia de un grafo es una lista booleana bidimensional que describe qué vértices se encuentran emparejados mediante aristas

Triangulaciones

Abstraemos la definición previa de grafo considerando únicamente los vértices del mismo. De esta forma podemos añadir aristas al grafo de forma deseada bajo ciertas condiciones. La triangulación de un grafo establece que todas las caras interiores entre vértices sean polígonos de tres lados. De esta forma y sobre un conjunto de vértices arbitrario es posible construir por medio de un algoritmo un grafo triangulado.

Todo grafo triangulado compartirá un mismo conjunto de aristas: el cierre convexo. Intuitivamente el cierre convexo es el ciclo de aristas que rodea todos los vértices del grafo, de forma que para todo vértice v, este sea incidido por una arista, o sea interior al ciclo.

A partir de la noción de cierre convexo se construye el primer tipo de triangulación que definimos: triangulación por capas. Para construirla comenzamos realizando el cierre convexo de los puntos. Posteriormente los ignoramos y realizamos el cierre del conjunto de vértices interior. Repetimos el proceso hasta que no existan puntos interiores. Una vez obtenidos los cierres convexos sucesivos, lanzamos aristas desde los vértices de un cierre al siguiente de forma que se conserve la planaridad del grafo.

Otro tipo de triangulación es la triangulación aleatoria. Esta se construye a partir del cierre convexo, que como indicamos anteriormente, es común a toda triangulación. Posteriormente se toman pares de vértices de manera aleatoria (recomendamos tomar una semilla particular para que la triangulación sea única al conjunto de vértices) y si la arista que los une no corta con alguna otra arista de la triangulación, esta se añade a la misma.

Dominación

Mientras que los conceptos de triangulación se basan en la posición geométrica de los vértices, la dominación se define sobre los vértices y su relación de adyacencia.